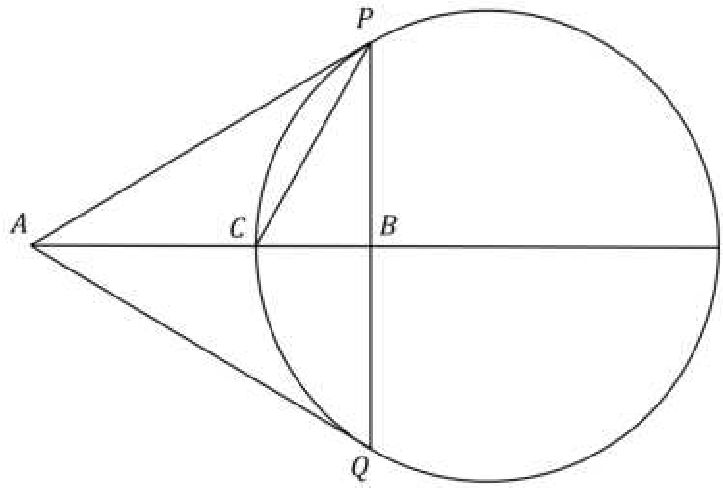
АлексЛарин-309у, задача 23

Пусть ω – окружность Аполлония для точек A и B, причём точка A лежит вне круга, ограниченного окружностью ω. Из точки A проведены касательные AP и AQ к окружности ω. Найдите BQ, если известно, что $PQ = 6$.

Решение



Переиначим задачу. Сначала к окружности проведём касательную AP и соединим точки P и C. По определению окружности Аполлония $AC : CB = AP : PB$, т.е. PC – биссектриса треугольника APB. Продолжим отрезок PB до пересечения с окружностью в точке Q и соединим точки A и Q.

$$\angle APC = \angle CPQ \quad \Rightarrow \quad \smile PC = \smile CQ$$

Следовательно, точка Q симметрична точке P относительно AB, AQ – касательная к окружности ω, $BQ = PB = 3$.

Ответ: 3.