№13, вар. 422.

13. Диаметр основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость α пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Пусть M и N – середины этих хорд, P – точка пересечения прямой MN с осью цилиндра.

А) Докажите, что расстояния от точки P до плоскостей основания цилиндра относятся как 5:12.

Б) Найдите тангенс угла между плоскостью α и плоскостью основания цилиндра.

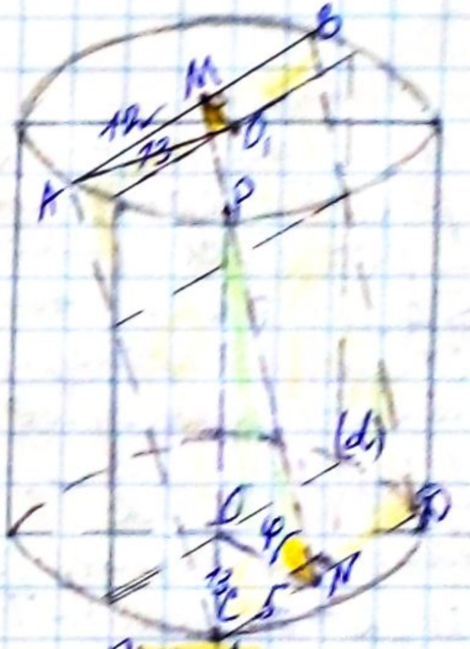


рис. 1

Решение. Т.к. MN пересекает ось цилиндра, то

А) хорды AB и CD находятся по разные стороны от пл. осевого сечения. Т.к. основания цилиндра расположены в // пл-тях, то пл. α пересекает их (осн-я) по парал. прямым т.е. AB // CD. (рис. 1).

$2R=26 \Rightarrow R=13$, M, N – середины хорд $\Rightarrow$ ON, O_1M перпенд. к хордам CD и AB соотв-но. Следоват. ON и O_1M можно опр. из прямоуг. тр-в ONC и O_1MA соот.

$O_1M=\sqrt{AO_1^2-AM^2}=\sqrt{169-144}=\sqrt{25}=5$, $ON=\sqrt{OC^2-CN^2}=\sqrt{169-25}=12$.

$O_1M \parallel ON$, т.к. они $\perp$ к парал. хордам $\Rightarrow \Delta PO_1M \sim \Delta PON$

$\Rightarrow \frac{O_1P}{PO}=\frac{O_1M}{ON}=\frac{5}{12}$, ч.т.д. Трапеция ABDC – сечение цилиндра пл-ю α.

Б) Т.к. ON и O_1M – пр-ции накл. MN на пл-ти оснований, а $ON\perp CD$ и $O_1M\perp AB$, то по т-ме о 3-х перпенд. $MN\perp CD, AB \Rightarrow \angle PNO=\angle PMO_1=\varphi$ – лин. угол двугр. между пл. α и пл. осн. $\Rightarrow tg\varphi=\frac{PO}{ON}=\frac{PO_1}{MO_1}$, $OO_1=21=OP+PO_1=12x+5x$; т.е. $17x=21 \Rightarrow x=\frac{21}{17} \Rightarrow PO=\frac{12\cdot21}{17}$, $ON=12 \Rightarrow tg\varphi=\frac{12\cdot21}{17\cdot12}=\frac{21}{17}$.

На рис. 2 хорды AB и CD наход. по одну сторону от осевого сечения, пр. MN не пересекает ось цилиндра, искомый угол φ – это острый угол MNH п/р ΔMNH (MH – $\perp$ из т. M на пл. нижн. осн.) $NH=NO-OH=12-5=7$ $(OH=O_1M) \Rightarrow$

$\Rightarrow tg\varphi=\frac{MH}{HN}$, $MH=21$,

$tg\varphi=\frac{21}{7}=3$.

Ответ: $\frac{21}{17}$ или 3.

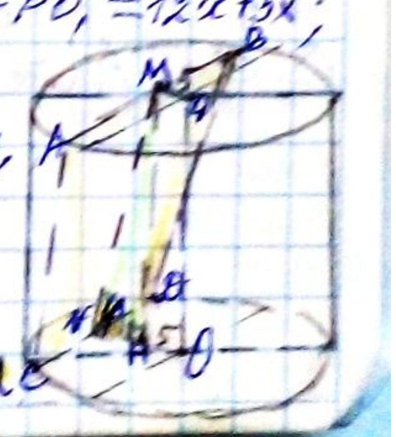


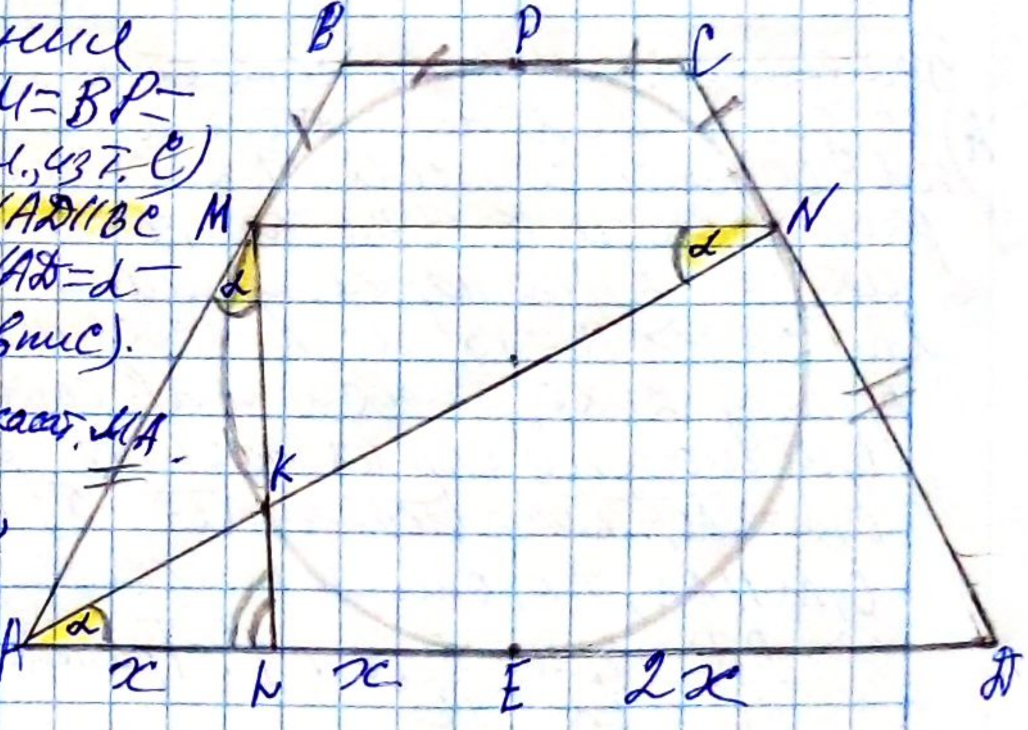
рис 2

16. Окружность, вписанная в равнобедренную трапецию ABCD, касается боковых сторон AB и CD в точках M и N соответственно. Отрезок AN пересекает окружность в точке K, а луч MK пересекает основание AD в точке L.

А) Докажите, что треугольник AKL подобен треугольнику MAL.

Б) Найдите отношение AL : LD.

Ответ:
Б) 1 : 3.



А) Трапеция ABCD – р/б., т-ки касания P и E – середины оснований ⇒ BM = BP = PC = CN (касат. из т. B равны, и анал. из т. C) ⇒ AM = DN и AM : MB = DN : NC ⇒ MN ∥ AD ∥ BC (т-ма о пропорц. отрезках. $\angle MNA = \angle NAD = \alpha$ – накрест лежащие. $\angle MNK(A) = \alpha = \frac{1}{2} \smile MK$ (впис).

$\angle KMA = \alpha = \frac{1}{2} \smile MK$ (угол между хордой MK и касат. MA.

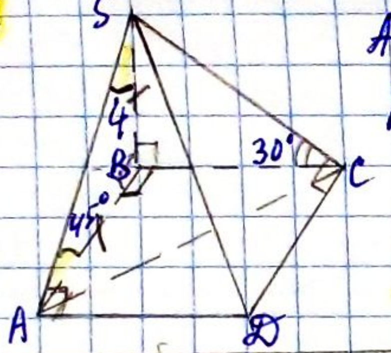
Таким образом, $\triangle AKL \sim \triangle MAL$ ($\angle A = \angle M = \alpha$, и $\angle L$ – общий) – I признак подобия, ч.т.д.

Б) Из доказанного подобия $\Rightarrow \frac{AL}{ML} = \frac{KL}{AL} \Rightarrow$

а) $AL^2 = ML \cdot KL$ (*); б) Из т. L проведены секущая LM (LK – внешн. часть) и касат. LE $\Rightarrow LM \cdot LK = LE^2$ (**). Из а) и б) $\Rightarrow AL^2 = LE^2 \Rightarrow AL = LE = \frac{1}{2} ED$ (E серед. AD),

след. $AL = x$, $LD = x + 2x = 3x \Rightarrow AL : LD = x : 3x = 1 : 3$ (в отв.)

№2



$AB=SB=4$ (ABS – р/б)

$BC=\frac{SB}{tg30^\circ}=4\sqrt{3}$ (ΔCBS)

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{16+48}=\sqrt{64}=8$
(ΔABC)

Отв. 8

№5. $tg\frac{\pi(x+9)}{6}=\sqrt{3}$. Наим. положит. корень? $\frac{\pi(x+9)}{6}=\frac{\pi}{3}+\pi n \,|\cdot 6$

$\pi(x+9)=2\pi+6\pi n$; $x+9=2+6n$; $x=-7+6n, n\in Z$

При $n\le 0$ $x<0$, при $n=1$ $x=-1<0$; $x=-7+6n\nearrow$,

при $n\ge 2$ $x>0$ $x_{наим. пол}=x(2)=-7+12=5$ – отв.

№6. $\log_a(a+1)\cdot\log_{a+1}(a+2)$ – ?, если $\log_{a+2}a=\frac{4}{3}$.

Решение $\cancel{\log_a(a+1)}\cdot\frac{\log_a(a+2)}{\cancel{\log_a(a+1)}}=\frac{1}{\log_{a+2}a}=\frac{1}{4/3}=\frac{3}{4}=0{,}75$ отв.

($\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$)

№9 Дано: $\frac{l}{V_г}=42$ (1), $\frac{l}{V_г+V_э}=24$ (2), найти $\frac{l}{V_э}$; l – длина эскал. (число ступ.)

Решение. Разделим (1) на (2), получим $\frac{V_г+V_э}{V_г}=\frac{42}{24}=\frac{7}{4}$.

поделим почленно $\overset{1}{\frac{V_г}{V_г}}+\frac{V_э}{V_г}=\frac{7}{4}\Rightarrow\frac{V_э}{V_г}=\frac{7}{4}-1=\frac{3}{4}\Rightarrow V_г=\frac{4}{3}V_э$

Подставим в (1): $\frac{l}{\frac{4}{3}V_э}=42\Rightarrow\frac{l}{V_э}=42\cdot\frac{4}{3}=14\cdot4=56$ (с) отв.

Отв. 56с.

№10. $f(x)=a\sqrt{x+b}$ (*), x – ?, чтобы $f(x)=16$.

Решение. Т-ки $A(-2;0)$, $B(2;4)\in$ гр. (см. рис в усл.)

Подставим коорд. в (*), получим систему:

$$\begin{cases}0=a\sqrt{-2+b}\Rightarrow a\ne0, \text{след. } -2+b=0\Rightarrow b=2\\ 4=a\sqrt{2+b}\Rightarrow 4=a\sqrt{2+2};\ 4=2a\Rightarrow a=2\end{cases}\Rightarrow$$

$f(x)=2\sqrt{x+2}$. Решим ур-ние $16=2\sqrt{x+2}$;

$\sqrt{x+2}=8$; $x+2=64$; $x=62$ – отв.

№11 Найти x_{min} ф-ции $y=25x+\frac{1}{x}$.

Решение. $D(y)$: $x\ne0$ (обл. опр.)

$y'=25-\frac{1}{x^2}=\frac{25x^2-1}{x^2}=\frac{25(x^2-\frac{1}{25})}{x^2}$;

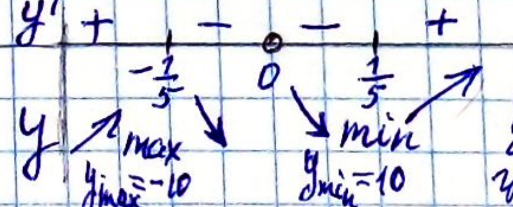
$y'=\frac{25(x+\frac{1}{5})(x-\frac{1}{5})}{x^2}$; $D(y')$: $x\ne0$.

$y'=0$ при

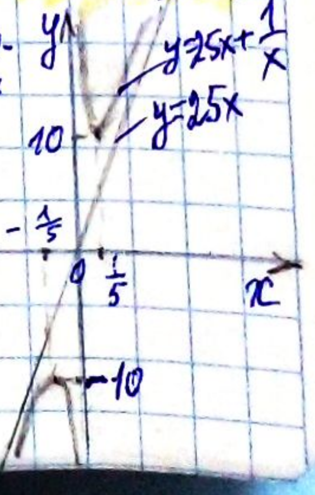
$x_1=-\frac{1}{5}$, $x_2=\frac{1}{5}$ – крит. т-ки

$x=\frac{1}{5}=0{,}2$ – т. min

Отв. 0,2.

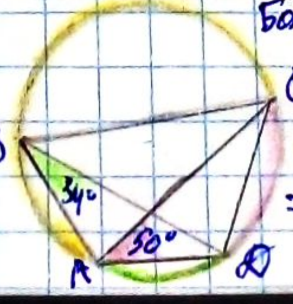


$y=25x$, $x=0$ – асимптоты гр. ф-ции



№1 $\angle ABD=34^\circ$, $\angle CAD=50^\circ$ – вписан. углы, они измер. половиной дуги, на кот. опираются $\Rightarrow$

$\smile AD=2\cdot34^\circ=68^\circ$, $\smile CD=2\cdot50^\circ=100^\circ\Rightarrow\smile ADC=168^\circ$.



Большая из дуг AC – это $\smile ABC$ – жёлтая

$\smile ABC=360^\circ-168^\circ=192^\circ$ – ответ.